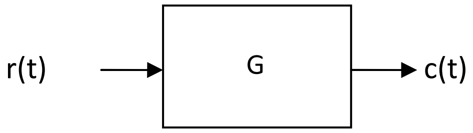
תגובה של מערכת מסדר שני

תהליך מסדר שני מתואר ע"י משוואה דיפרנציאלית מסדר שני:

$$c''_{(t)} + 2\cdot\xi\cdot\omega_n\cdot c'_{(t)} + \omega_n{}^2\cdot c_{(t)} = K\cdot\omega_n{}^2\cdot R_{(t)}$$



אחרי התמרת לפלס נקבל:

$$\frac{C_{(s)}}{R_{(s)}} = \frac{K\cdot\omega_n{}^2}{s^2 + 2\cdot\xi\cdot\omega_n\cdot s + \omega_n{}^2}$$

כאשר :

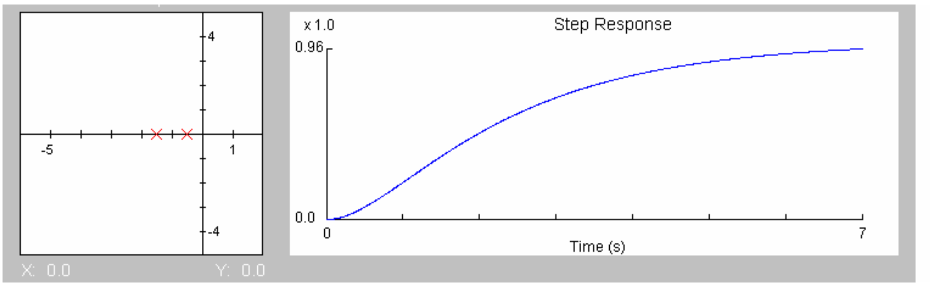
K - הגבר סטטי של התהליך – יחס בין מוצא לכניסה במצב מתמיד עבור מדרגה בכניסה

ξ - מקדם ריסון – Damping Ratio

ω_n - תדירות טבעית ללא ריסון - Undamped Natural Frequency

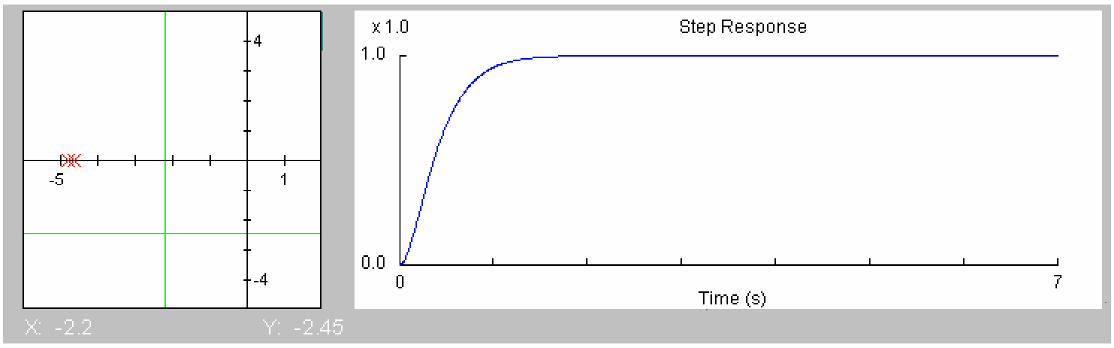
- $\xi > 1$ - המערכת בעלת ריסון יתר , שורשי המשוואה הריבועית ממשיים ולכן אין תנודות והמערכת יציבה

$$s_1, s_2 = -\xi\cdot\omega_n \pm \omega_n\cdot\sqrt{\xi^2 - 1}$$



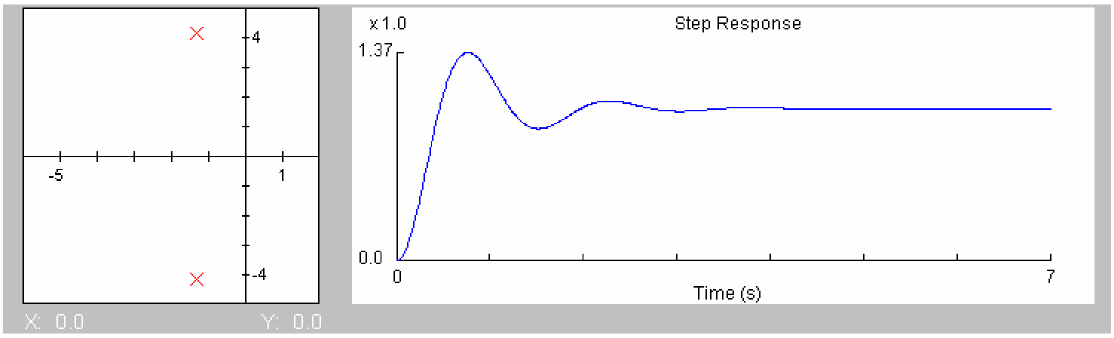
- $\xi = 1$ - המערכת בעלת ריסון קריטי, שורשי המשואה שווים וממשיים ולכן אין תנודות והמערכת יציבה.

$$s_1, s_2 = -\omega_n$$



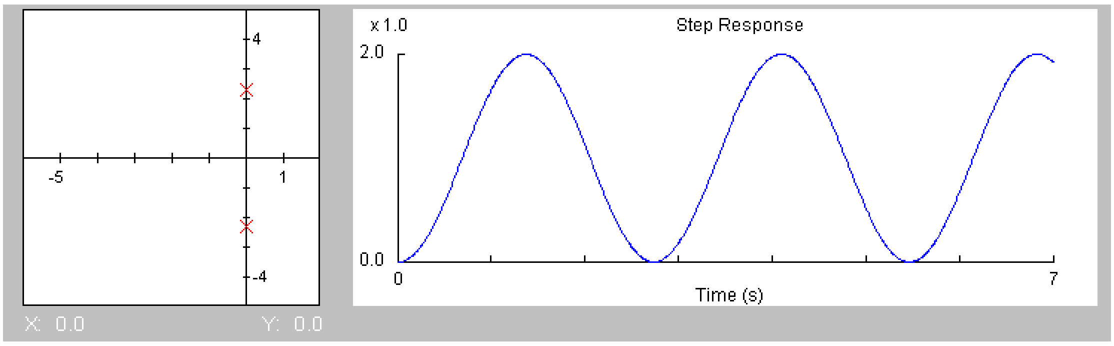
- $0 > \xi > 1$ - המערכת בעלת תת-ריסון, שורשי המשואה מרוכבים ולכן יש תנודות מתרסנות והמערכת יציבה.

$$s_1, s_2 = -\xi \cdot \omega_n \pm j\omega_n \cdot \sqrt{\xi^2 - 1}$$

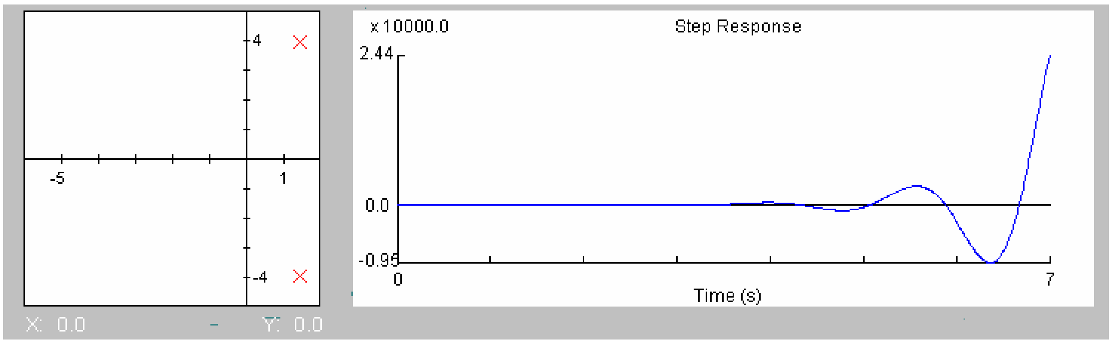


- $\xi = 0$ - המערכת בלתי מרוסנת, שורשי המשוואה מדומים ולכן יש תנודות לא מתרסנות והמערכת על סף יציבות.

$$s_1, s_2 = \pm j\omega_n$$

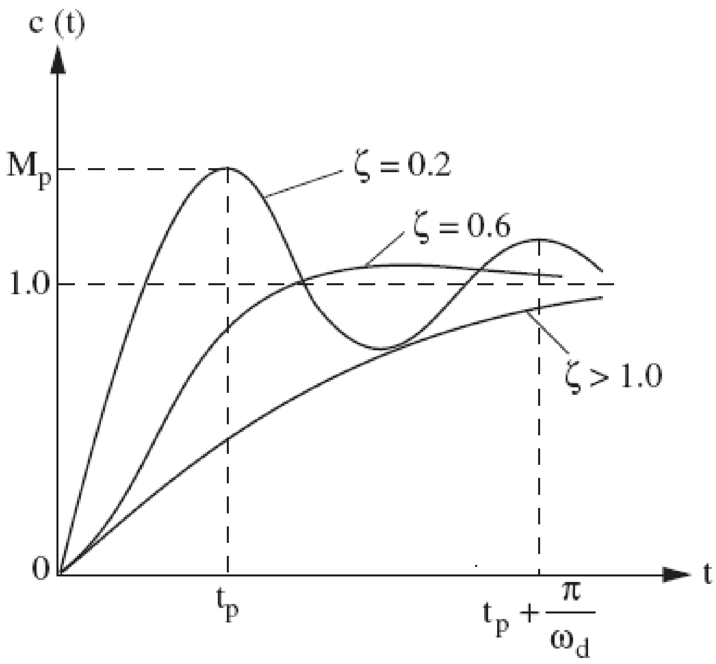


- $(-1) < \xi < 0$ - השורשים מרוכבים, המערכת מתבדרת עם תנודות ואינה יציבה.



- $\xi < (-1)$ - השורשים ממשיים וחיובים, המערכת מתבדרת ללא תנודות ואינה יציבה.

תגובת המערכת עם הגבר סטטי של 1 עבור כניסת מדרגת יחידה בתלות הריסון



ω_d - תדירות התנודות המרוסנת

$$\omega_d = \omega_n \cdot \sqrt{1-\xi^2}$$

t_P - (Peak Time) – זמן הגעה לערך מכסימלי

$$t_P = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}} = \frac{\pi}{\omega_d}$$

M_P - ערך המרבי של תגובת היתר מתקבל בזמן t_P

$$M_p = 1 + e^{\frac{-\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$$

הערה: במידה וערך המצב המתמיד שונה מ-1 , מנרמלים את הגרף לפי:

$$M_P = \frac{C_{(tp)}}{C_{(\infty)}}$$

חישוב ההגבר הסטטי K מחושב לפי :

$$K = \frac{C_{(\infty)}}{R}$$

כאשר R מבטא את גובה המדרגה