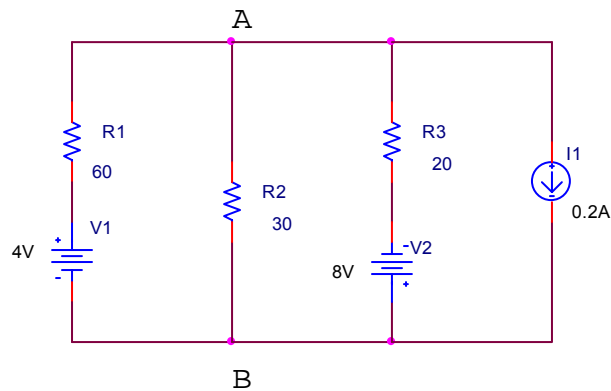


תרגילים בתורת החשמל – כיתה יג

שאלה 1

- א. חשב את המתח V_{AB} לפי משפט מילמן.
 ב. חשב את הזרם בכל נגד לפי המתח שקיבלת בסעיף א.



פתרון 1

א.

$$V_{AB} = \frac{\frac{4}{60} - \frac{8}{20} - 0.2}{\frac{1}{60} + \frac{1}{30} + \frac{1}{20}} = -5.33 \text{ V}$$

ב.

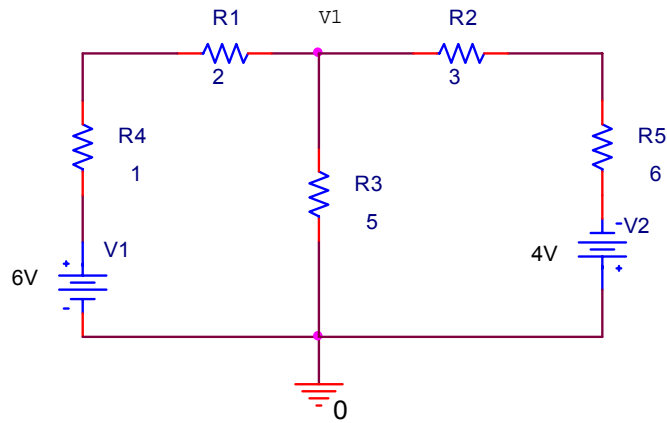
$$I_1 = \frac{4 - V_{AB}}{R_1} = \frac{4 - (-5.33)}{60} = 0.155 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{0 - V_{AB}}{R_2} = \frac{0 - (-5.33)}{30} = 0.1776 \text{ A}$$

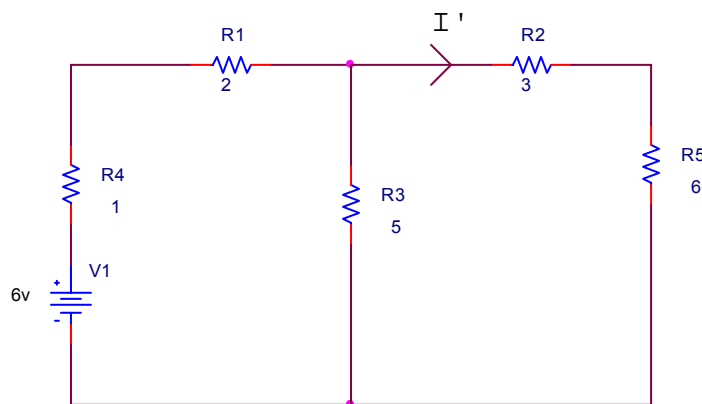
$$I_3 = \frac{V_{AB} - (-8)}{R_3} = \frac{-5.33 - (-8)}{20} = 0.1335 \text{ A}$$

שאלה 2

חשב את הזרם בנגוד R2 לפי סופרפוזיציה.

**פתרון 2**

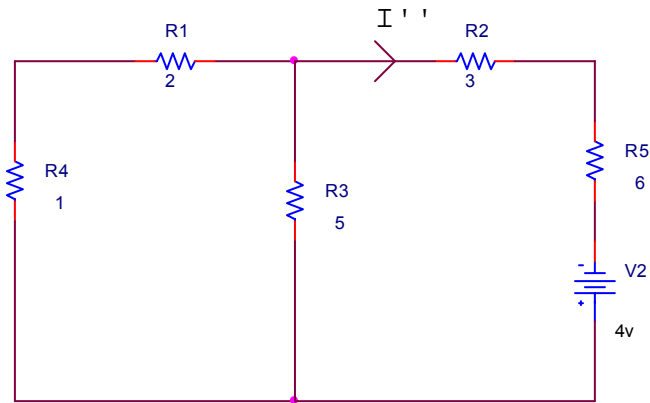
• מקצרים את V2



$$I_T = \frac{V_1}{R_4 + R_1 + R_3 \parallel (R_2 + R_5)} = \frac{6}{1 + 2 + 5 \parallel (3 + 6)} = 0.9655A$$

$$I' = I_T \cdot \frac{R_3}{R_3 + (R_2 + R_5)} = 0.9655 \cdot \frac{5}{5 + 9} = 0.3448A$$

• מקצרים את V1



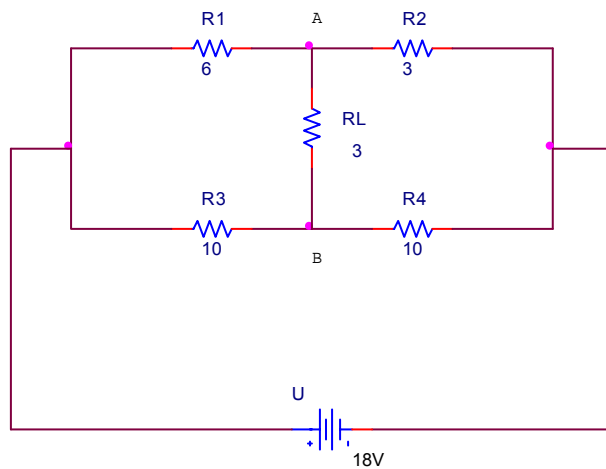
$$I'' = I_T = \frac{V_2}{R_2 + R_5 + R_3 \parallel (R_1 + R_4)} = \frac{4}{3 + 6 + 5 \parallel (1 + 2)} = 0.3678A$$

$$I_{R2} = I' + I'' = 0.3448 + 0.3678 = 0.7126A$$

שאלה 3

א. חשב את הזרם בנגד RL לפי נורטון. (חשב I_{nor} , R_{nor} ולאחר מכן את הזרם דרך RL)

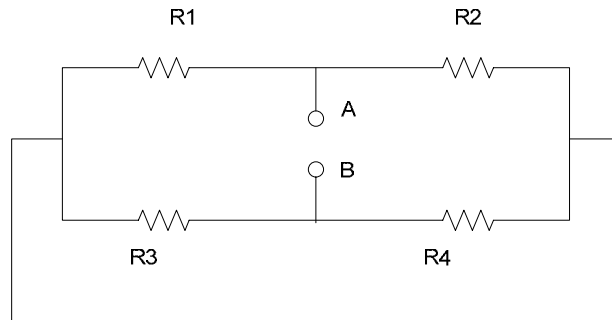
ב. מצא RL שנחבר לקבלת הספק מקסימלי, מצא הספק זה.



פתרון 3

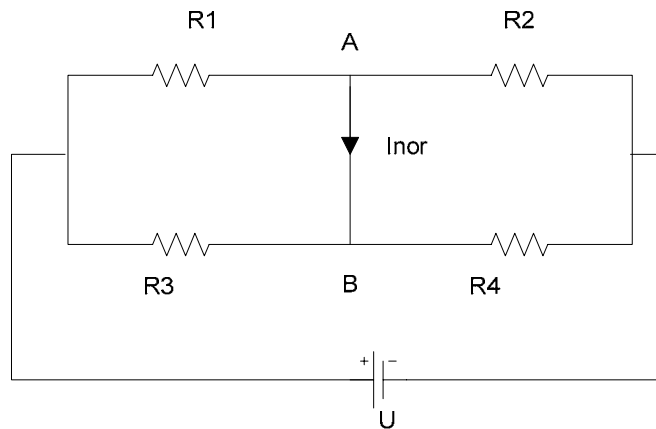
א.

- מקצרים את מקור המתח



$$R_{nor} = R_1 \parallel R_2 + R_3 \parallel R_4 = 6 \parallel 3 + 10 \parallel 10 = 7\Omega$$

- מקצרים בין נקודות A ו-B



$$R_T = R_1 \parallel R_3 + R_2 \parallel R_4 = 6 \parallel 10 + 3 \parallel 10 = 6.0577\Omega$$

$$I_T = \frac{U}{R_T} = \frac{18}{6.0577} = 2.9714A$$

לפי נוסחת מחלק זרם:

$$I_{(R1)} = I_T \cdot \frac{R_3}{R_3 + R_1}$$

$$I_{(R2)} = I_T \cdot \frac{R_4}{R_4 + R_2}$$

$$I_{nor} = I_{(R1)} - I_{(R2)} = 2.9714 \cdot \frac{10}{10 + 6} - 2.9714 \cdot \frac{10}{10 + 3} = -0.4286 \text{ A}$$

$$I_L = I_{nor} \cdot \frac{R_{nor}}{R_{nor} + R_L} = -0.4268 \cdot \frac{7}{7 + 3} = -0.3 \text{ A}$$

ב. R_L שנחבר לקבלת הספק מקסימלי שווה ל- R_{nor}

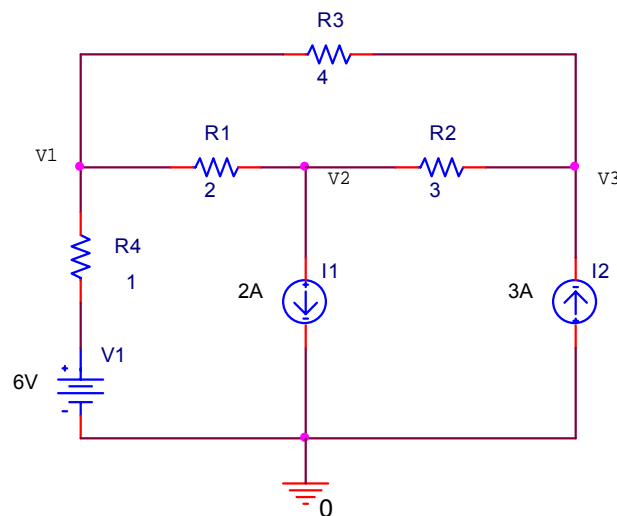
$$R_{L(\max)} = R_{nor} = 7\Omega$$

$$I_L = I_{nor} \cdot \frac{R_{nor}}{R_{nor} + R_L} = 0.3 \cdot \frac{7}{7 + 7} = 0.15 \text{ A}$$

$$P_{\max} = I_L^2 \cdot R_L = 0.15^2 \cdot 7 = 0.1575 \text{ W}$$

שאלה 4

- א. חשב את המתחים: $V1, V2, V3$ לפי מתחי הצמתים.
 ב. חשב את הזרם בנגד $R4$ ו- $R1$ לפי הנתונים בסעיף א'.



פתרון 4**א.**

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\right) \cdot V_1 - \frac{1}{R_1} \cdot V_2 - \frac{1}{R_3} \cdot V_3 = \frac{V_1}{R_4}$$

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \cdot V_2 - \frac{1}{R_1} \cdot V_1 - \frac{1}{R_2} \cdot V_3 = -I_1$$

$$\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) \cdot V_3 - \frac{1}{R_2} \cdot V_2 - \frac{1}{R_3} \cdot V_1 = I_2$$

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{1}\right) \cdot V_1 - \frac{1}{2} \cdot V_2 - \frac{1}{4} \cdot V_3 = 6$$

$$-\frac{1}{2} \cdot V_1 + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \cdot V_2 - \frac{1}{3} \cdot V_3 = -2$$

$$-\frac{1}{4} \cdot V_1 - \frac{1}{3} \cdot V_2 + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) \cdot V_3 = 3$$

$$V_1 = 7V$$

$$V_2 = 6.555V$$

$$V_3 = 11.88V$$

ב.

$$I_{R4} = \frac{V_1 - 6}{R_4} = \frac{1}{1} = 1A$$

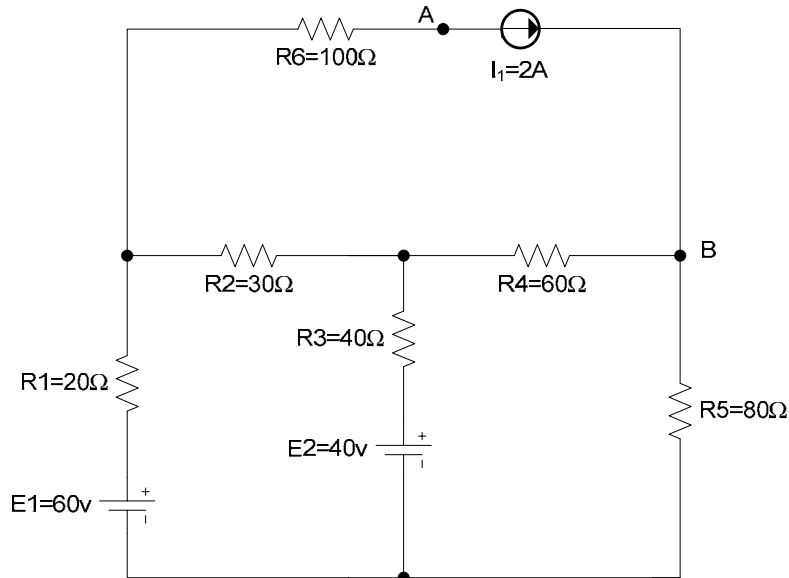
$$I_{R1} = \frac{V_1 - V_2}{R_1} = \frac{7 - 6.555}{2} = 0.2225A$$

שאלה 5

א. רשום את מטריצות המעגל לפי זרמי חוגים.

ב. חשב את הזרמים דרך נגדים R_1, R_3

ג. חשב את המתח V_{AB} .

**פתרון 5**

א. המעגל כולל 2 חוגים בלבד, נגד בטור למקור זרם אינו משפיע על הזרמים במעגל.

הערה: אין לרשום משוואת כירכהוף למעגל הכולל מקור זרם.

פתרון בדרך א

$$(R_1 + R_2 + R_3)I_2 - R_3I_3 - R_2I_1 = E_1 - E_2$$

$$(R_3 + R_4 + R_5)I_3 - R_3I_2 - R_4I_1 = E_2$$

נתון $I_1 = 2A$ לכן:

$$(90)I_2 - 40I_3 - 2 \cdot 30 = 20$$

$$\underline{(180)I_3 - 40I_2 - 60 \cdot 2 = 40}$$

$$90I_2 - 40I_3 = 80$$

$$\underline{-40I_2 + 180I_3 = 160}$$

$$\begin{bmatrix} 90 & -40 \\ -40 & 180 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 80 \\ 160 \end{bmatrix}$$

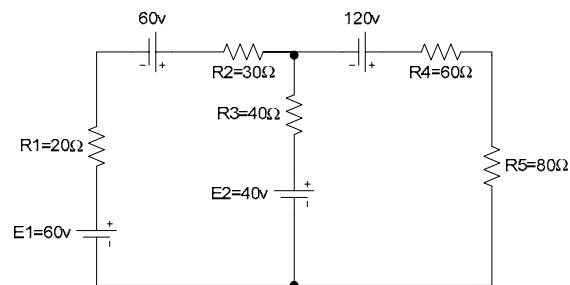
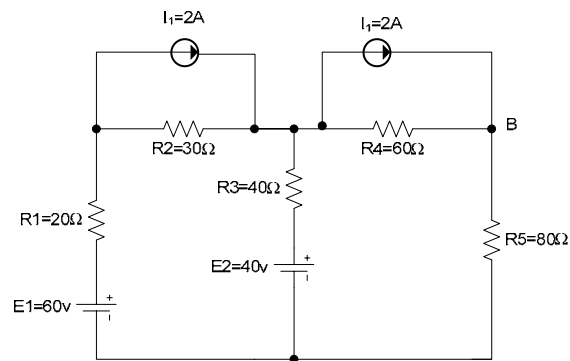
פתרון המטריצה:

$$I_2 = 1.424A$$

$$I_3 = 1.205A$$

פתרון בדרך ב'

ניתן להמיר מקור הזרם ל-2 מקורות זרם ולאחר מכן למקורות מתח ולפתור רגיל.



ב.

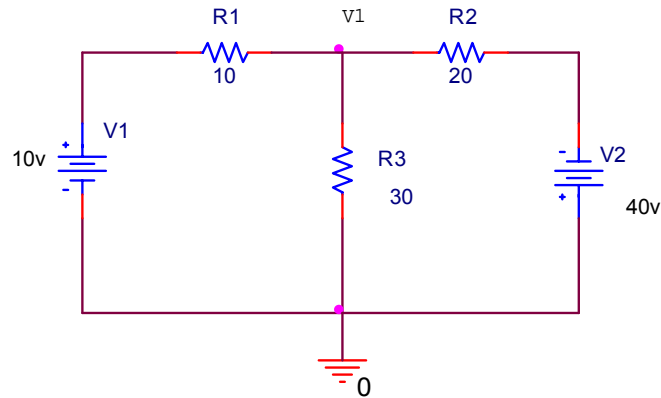
$$I_{R1} = I_2 = 1.424A$$

$$I_{R3} = I_2 - I_3 = 0.219A$$

$$U_{AB} = -R_6 \cdot 2 - R_1 I_2 + E_1 - R_3 I_3 = -200 - 20I_2 + 60 - 80I_3 = -264.88V \quad \text{ג.}$$

שאלה 6

- א. חשב את המתח: V_1 לפי משפט מילמן.
 ב. חשב את הזרם בכל נגד לפי המתח שקיבלת בסעיף א.

**פתרון 6**

א.

$$V_1 = \frac{\frac{10}{10} - \frac{40}{20}}{\frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30}} = -5.45\text{v}$$

ב.

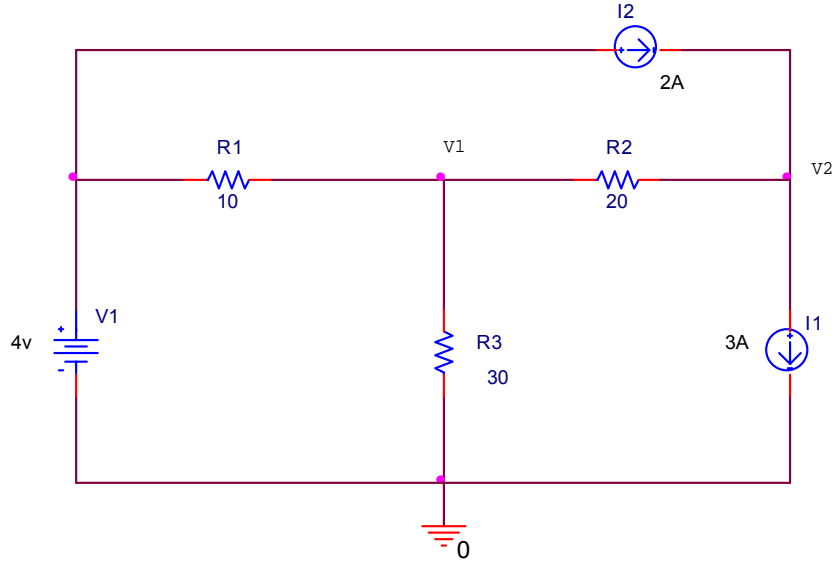
$$I_1 = \frac{10 - V_1}{R_1} = \frac{10 - (-5.45)}{10} = 1.545\text{A}$$

$$I_2 = \frac{V_1 - (-40)}{R_2} = \frac{-5.45 - (-40)}{20} = 1.727\text{A}$$

$$I_3 = \frac{0 - V_1}{R_3} = \frac{0 - (-5.45)}{30} = 0.1817\text{A}$$

שאלה 7

- א. חשב את המתח: V_1, V_2 לפי מתחי הצמתים.
 ב. חשב את הזרם בכל נגד לפי המתח שקיבלת בסעיף א.

**פתרון 7**

א.

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) \cdot V_1 - \frac{1}{R_2} \cdot V_2 - \frac{1}{R_1} \cdot 4 = 0$$

$$\frac{1}{R_2} \cdot V_2 - \frac{1}{R_2} \cdot V_1 = I_2 - I_1$$

$$\left(\frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} \right) \cdot V_1 - \frac{1}{20} \cdot V_2 - \frac{1}{10} \cdot 4 = 0$$

$$-\frac{1}{20} \cdot V_1 + \frac{1}{20} \cdot V_2 = 2 - 3$$

$$\frac{11}{60} V_1 - \frac{1}{20} \cdot V_2 = \frac{4}{10}$$

$$-\frac{1}{20} \cdot V_1 + \frac{1}{20} \cdot V_2 = -1$$

$$V_1 = -4.5\text{v}$$

$$V_2 = -24.5\text{v}$$

ב.

$$I_{(R1)} = \frac{4 - V_1}{R_1} = \frac{4 - (-4.5)}{10} = 0.85\text{A}$$

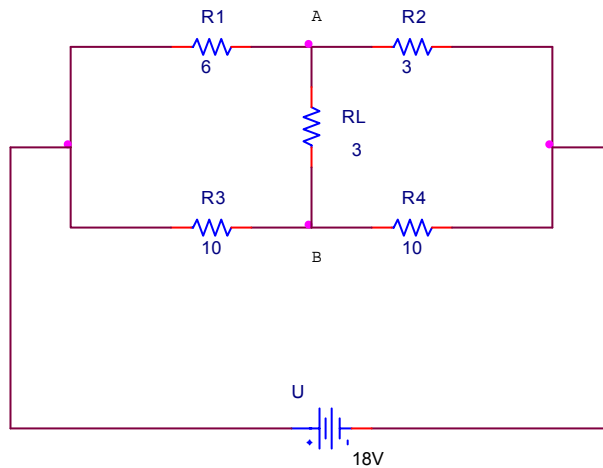
$$I_{(R2)} = \frac{V_1 - V_2}{R_2} = \frac{-4.5 - (-24.5)}{20} = 1\text{A}$$

$$I_{(R3)} = \frac{0 - V_1}{R_3} = \frac{0 - (-4.5)}{30} = 0.15\text{A}$$

שאלה 8

א. חשב את הזרם בנגד RL לפי תבנית.

ב. חשב את הזרם בנגד RL לפי נורטון.



פתרון 8

א.

$$R_{th} = R_1 \parallel R_2 + R_3 \parallel R_4 = 6 \parallel 3 + 10 \parallel 10 = 7\Omega$$

$$V_{th(AB)} = U \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_1} - U \cdot \frac{R_4}{R_4 + R_3} = 18 \cdot \frac{3}{9} - 18 \cdot \frac{10}{20} = -3V$$

$$I_L = \frac{V_{th}}{R_{th} + R_L} = \frac{-3}{7+3} = -0.3A$$

ב.

$$R_{nor} = R_{th} = 7\Omega$$

מקצרים בין נקודות A ו-B

$$R_T = R_1 \parallel R_3 + R_2 \parallel R_4 = 6 \parallel 10 + 3 \parallel 10 = 6.0577\Omega$$

$$I_T = \frac{U}{R_T} = \frac{18}{6.0577} = 2.9714A$$

לפי נוסחת מחלק זרם:

$$I_{(R1)} = I_T \cdot \frac{R_3}{R_3 + R_1}$$

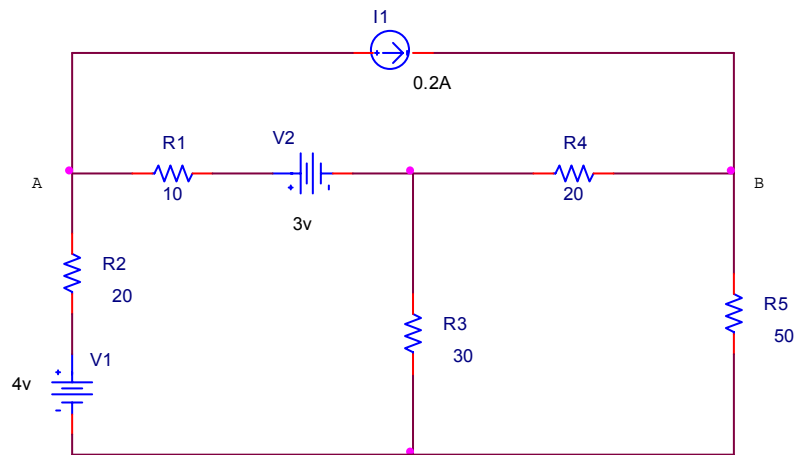
$$I_{(R2)} = I_T \cdot \frac{R_4}{R_4 + R_2}$$

$$I_{nor} = I_{(R1)} - I_{(R2)} = 2.9714 \cdot \frac{10}{10+6} - 2.9714 \cdot \frac{10}{10+3} = -0.4286A$$

$$I_L = I_{nor} \cdot \frac{R_{nor}}{R_{nor} + R_L} = -0.4286 \cdot \frac{7}{7+3} = -0.3A$$

שאלה 9

- א. חשב את הזרם בכל נגד לפי זרמי חוגים.
 ב. לפי התוצאות בסעיף א, חשב את המתח V_{AB} .

**פתרון 9**

א.

$$(R_1 + R_2 + R_3) \cdot I_1 + R_3 \cdot I_2 - R_1 \cdot 0.2 = V_1 - V_2$$

$$(R_3 + R_4 + R_5) \cdot I_2 + R_3 \cdot I_1 + R_4 \cdot 0.2 = 0$$

$$60I_1 + 30I_2 = 3$$

$$30I_1 + 100I_2 = -4$$

$$I_1 = 0.08235A$$

$$I_2 = -0.0647A$$

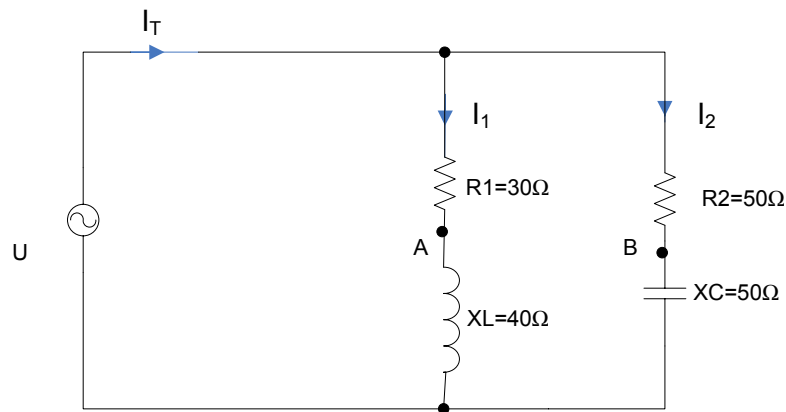
ב.

$$V_{AB} = -R_2 \cdot I_1 + V_1 + R_5 \cdot I_2 = -20 \cdot I_1 + 4 + 50 \cdot I_2 = -0.882V$$

שאלה 10

נתון: $I_1 = 2 + j3$

- א. חשב את מתח המקור U .
 ב. חשב את העכבה של המעגל וזוויות המופע.
 ג. מהו הרכיב וערכו שנחבר במקום הקבל על מנת ש- $V_{AB}=0$
 ד. חשב היגב הקבל על מנת שזווית המופע של המעגל תהיה 0 מעלות.

**תשובה 10**

א. $U = (2 + j3)(30 + j4) = 180 \angle 109^\circ (V)$

ב. $Z = Z_1 \parallel Z_2 = \frac{(30 + j40)(50 - j50)}{30 + j40 + 50 - j50} = 43.85 \angle 15^\circ (\Omega)$

- ג. נחבר סליל ולפי עיקרון גשר כדי לקבל מתח 0, צריך להתקיים:

$$\frac{R_1}{X_{L1}} = \frac{R_2}{X_{L2}} \Rightarrow X_{L2} = 66.67 \Omega$$

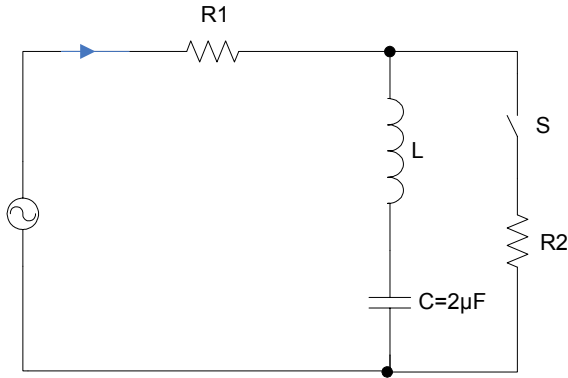
- ד. כדי לקבל זווית מופע 0 מעלות צריך שהחלק המדומה של העכבה או המתירות יהיה

0

$$Y = \frac{1}{30 + j40} + \frac{1}{50 - jX} = 0.012 - j0.016 + \frac{50 + jX}{50^2 + X^2}$$

$$\frac{X}{2500 + X^2} - 0.016 = 0 \Rightarrow 0.016X^2 - X + 40 = 0$$

- למשואה הריבועית אין פתרון לכן אין קבל שיגרום לזווית מופע 0 מעלות.

שאלה 11

המעגל הנתון

נמצא במצב

תהודה.

נתוני המעגל

במצב מפסק

פתוח:

תדר תהודה :

$$f_0 = 1000 \text{ Hz}$$

תדר מחצית הספק עליון : $f_2 = 1200 \text{ Hz}$

מתח המקור: $U = 10 \text{ V}$

א. חשב R_1 , L

ב. חשב מתח על הסליל והנגד R_1 .

ג. סוגרים את המפסק, הסבר האם תדר התהודה ורוחב הפס יגדלו או יקטנו.

תשובה 11

$$2\pi fL = \frac{1}{2\pi fC} \Rightarrow L = \frac{1}{4\pi^2 f_0^2 C} = 0.01266 \text{ H} \quad \text{א.}$$

$$f_0^2 = f_1 f_2 \Rightarrow f_1 = \frac{1000^2}{1200} = 833.33 \text{ Hz}$$

$$Q = \frac{f_0}{f_2 - f_1} = \frac{1000}{1200 - 833.33} = 2.727$$

$$R_1 = \frac{1}{Q} \sqrt{\frac{L}{C}} = 29.2 \Omega$$

ב.

$$U_{R1} = U = 10V$$

$$U_L = \frac{U}{R} \cdot 2\pi fL = 27.24V$$

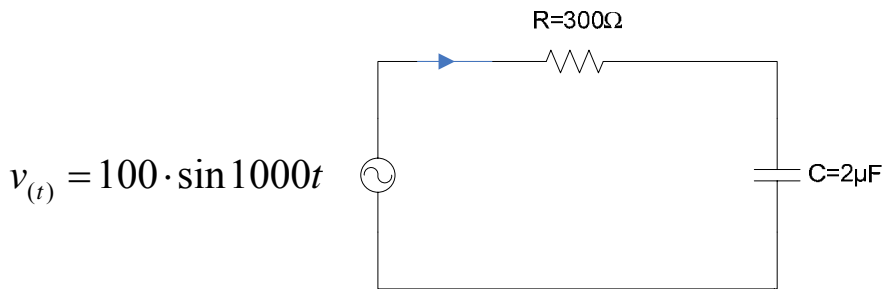
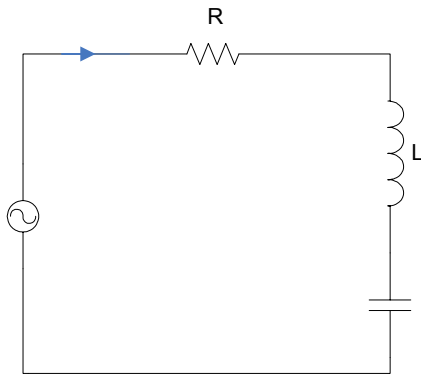
ג. אם סוגרים את המפסק, אפשר לבצע תבנית על הנגד והקבל ואז:

$$R_{th} = R_1 \parallel R_2 < R1$$

במקרה זה תדר התהודה התלוי בסליל וקבל לא ישתנה. כיוון ש- R_{th} קטן מ- $R1$, גורם הטיב Q יגדל ורוחב הפס יקטן.

שאלה 12

- א. חשב את העכבה של המעגל.
 ב. חשב את הזרם במעגל.
 ג. רשום ביטוי לזרם במעגל $i(t)$.

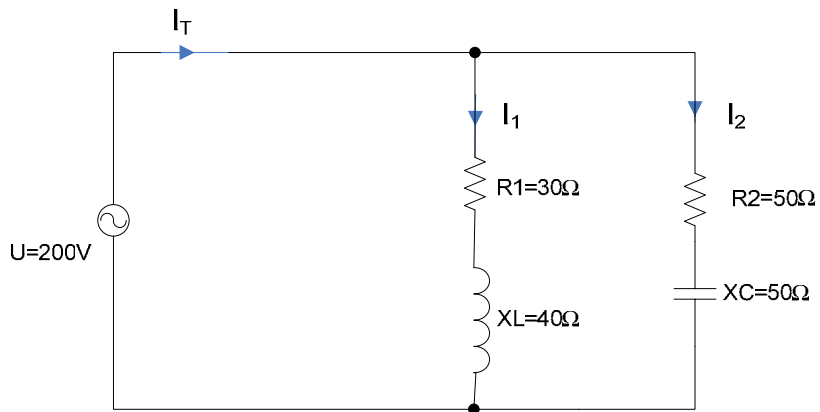
**שאלה 13**

- המעגל הנתון נמצא במצב תהודה.
 נתוני המעגל:
 גורם טיב : $Q_0 = 100$
 זרם במעגל: $I = 20mA$
 מתח המקור: $U = 10V$

- ד. חשב R, L, C
 ה. חשב רוחב פס של המעגל.
 ו. חשב תדרי מחצית הספק של המעגל.
 ז. שרטט גרף עם ערכים המתאר את הזרם בתלות בתדר.

שאלה 14

- ג. חשב את הזרמים I_1, I_2, I_T .
 ד. חשב את העכבה של המעגל וזוויות המופע.
 ה. חשב את ההספקים: P, Q, S של המעגל.
 ו. שרטט תרשים הזרמים של המעגל.

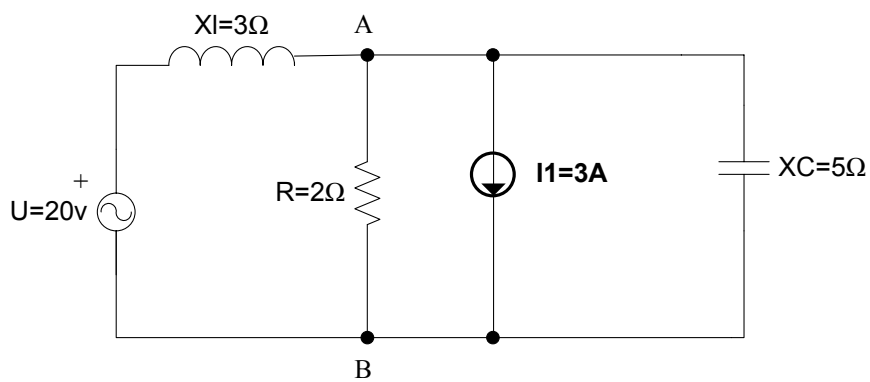


שאלה 15

ג. חשב V_{AB} (בחר שיטה כרצונך)

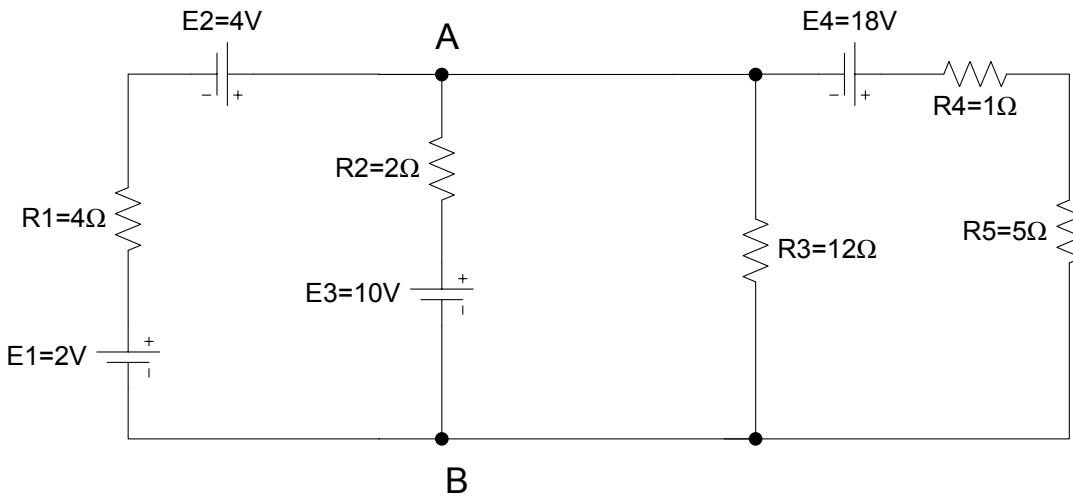
ד. חשב את הזרם בסליל.

ה. חשב את ההספק P של המעגל.

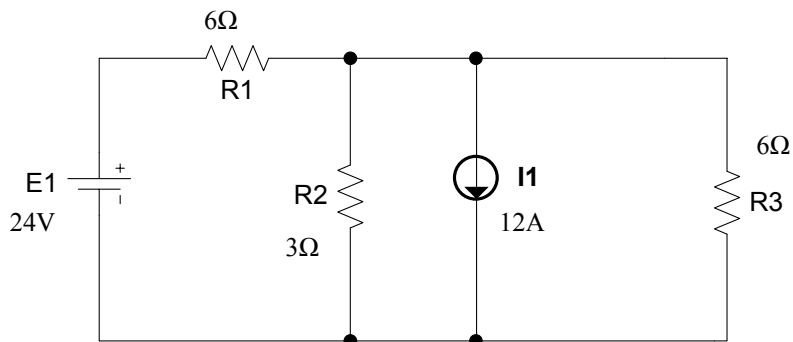


שאלה 16

- א. חשב את המתח V_{AB} לפי משפט מילמן.
 ב. חשב את הזרם בנגד R_4 לפי המתח שקיבלת בסעיף א.

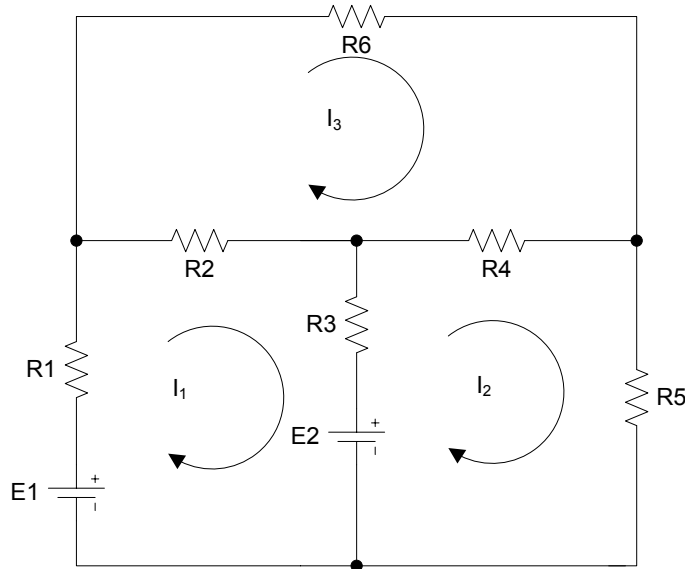
**שאלה 17**

- חשב את הזרם בנגד R_1 לפי סופרפוזיציה.



שאלה 18

ז. רשום את משוואות או מטריצות זרמי החוגים של המעגל.

**שאלה 19**

- ו. חשב R_{th} עבור נגד R_2 .
- ז. חשב V_{th} עבור נגד R_2 .
- ח. חשב את הזרם הנגד R_2 על פי התוצאות הנ"ל.
- ט. מהו ערך R_2 שנחבר לקבלת הספק מקסימלי, חשב הספק זה.

