

דיאגרמת נייקויסט

דיאגרמת נייקויסט מציגה את תגובת התדר של המערכת בחוג פתוח $GH_{(j\omega)}$

באמצעות הגודל $|GH_{(j\omega)}|$ והזווית $\angle GH_{(j\omega)}$

לדיאגרמה יש מערכת צירים, ציר x מבטא את החלק הממשי של $GH_{(j\omega)}$ ומסומן ב- $\text{Re}(GH_{(j\omega)})$

וציר y מבטא את החלק המדומה של $GH_{(j\omega)}$ ומסומן ב- $\text{Im}(GH_{(j\omega)})$.

גרף נייקויסט מתאר את השתנות הגודל והמופע בתלות בתדר ומתוך הגרף ניתן לבדוק יציבות המערכת ומידת היציבות – עודף הגבר ומופע של המערכת על פי קריטריון נייקויסט.

שלבי שרטוט עקומת נייקויסט

1. רושמים פונקציות של הגודל $|GH_{(j\omega)}|$ והמופע $\angle GH_{(j\omega)}$
2. בונים טבלה עבור מספר נקודות בתדר מ-0 עד ∞ עבור הגודל והמופע ומשרטטים לפי נקודות אלו.
3. משלימים גרף עבור תדרים מ- $(-\infty)$ עד 0, גרף זה סימטרי לגרף המקורי כלפי ציר x
4. במידה ומערכת מסוג n מוסיפים n חצאי מעגלים אינסופים בכיוון השעון.

אם נציג את המערכת הבקרה בחוג פתוח בצורה הבאה:

$$GH_{(s)} = \frac{k}{s^n (s+a)(s+b)(s+c)\dots}$$

n – מספר הקטבים בראשית

m – סדר המערכת, מספר הקטבים הכולל

לסוג המערכת (מספר הקטבים בראשית של החוג הפתוח) יש השפעה על צורת הדיאגרמה.

מערכת מסוג 0 ללא אפסים

מערכת מהצורה :

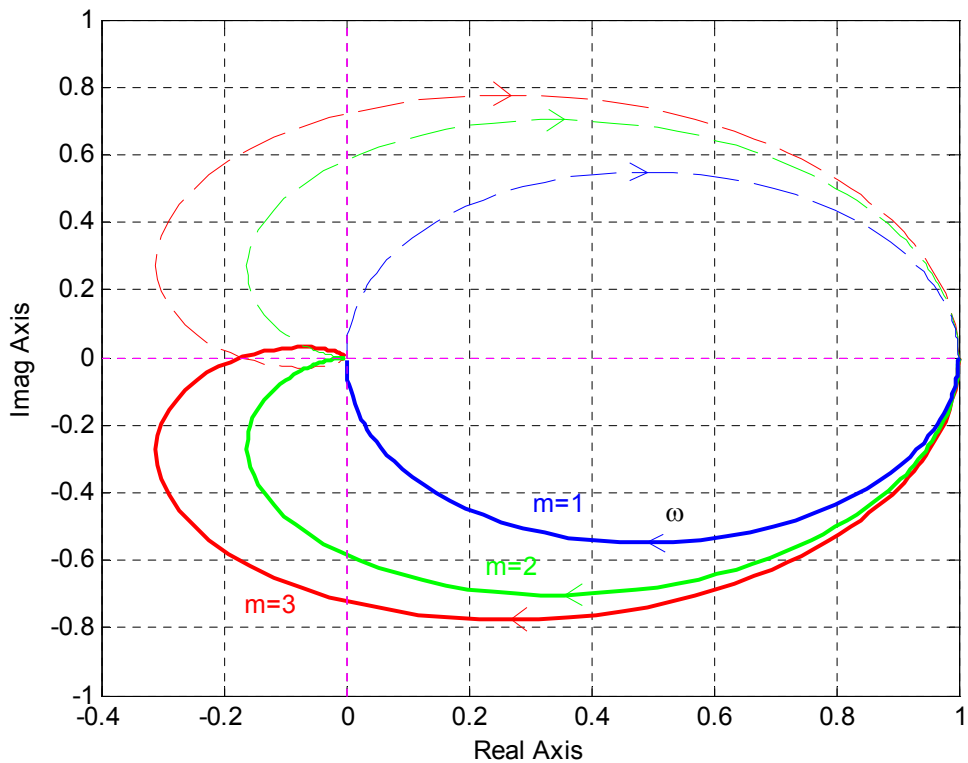
$$GH_{(j\omega)} = \frac{k}{(s+a)(s+b)(s+c)\dots} \equiv \frac{k}{(j\omega+a)(j\omega+b)(j\omega+c)\dots}$$

בתדר $\omega = 0$

$$\angle GH_{(j\omega)} = 0^\circ \text{ והמופע } |GH_{(j\omega)}| = \frac{k}{a \cdot b \cdot c \dots} = K_0 \text{ : הגודל הוא}$$

בתדר $\omega = \infty$

$$\angle GH_{(j\omega)} = (-90^\circ) \cdot m \text{ והמופע } |GH_{(j\omega)}| = 0 \text{ : הגודל הוא (מספר הקטבים) } m$$



מערכת מסוג 1 ללא אפסים

מערכת מהצורה :

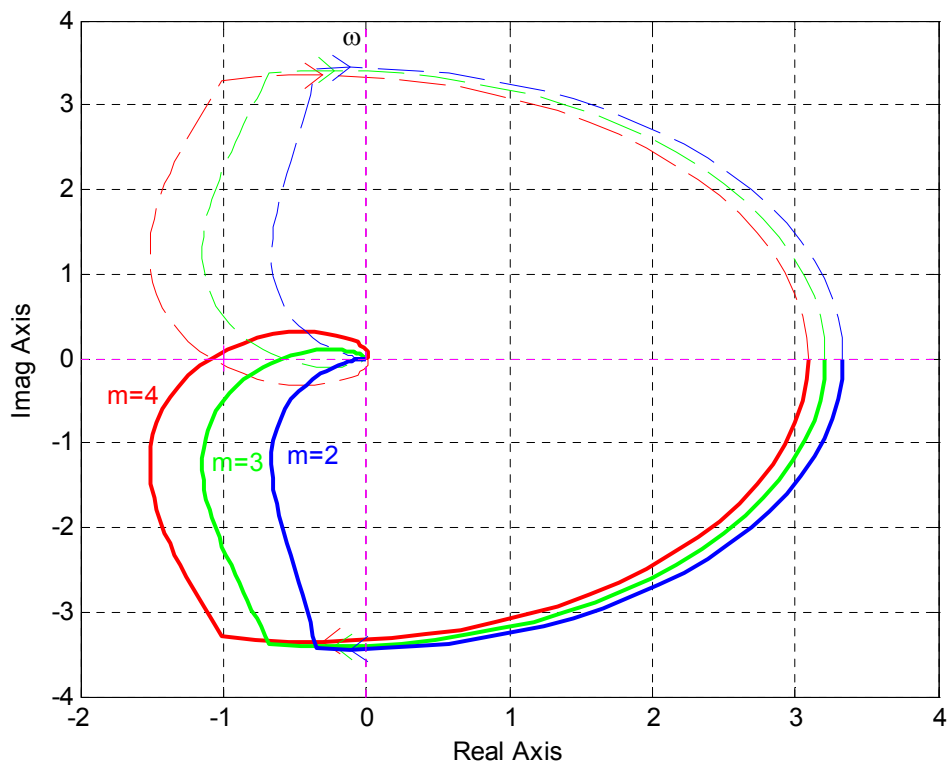
$$GH_{(j\omega)} = \frac{k}{s(s+a)(s+b)(s+c)\dots} \equiv \frac{k}{j\omega(j\omega+a)(j\omega+b)(j\omega+c)\dots} = \frac{K_1}{j\omega(1+j\omega T_1)(1+j\omega T_2)\dots}$$

בתדר $\omega = 0$ -

הגודל הוא : $|GH_{(j\omega)}| = \infty$ והמופע $\angle GH_{(j\omega)} = -90^\circ$

בתדר $\omega = \infty$ -

הגודל הוא : $|GH_{(j\omega)}| = 0$ והמופע $\angle GH_{(j\omega)} = (-90^\circ) \cdot m$ (מספר הקטבים m)



המערכת מסוג 1 ולכן משלימים חצי מעגל אינסופי

מערכת מסוג 2 ללא אפסים

מערכת מהצורה :

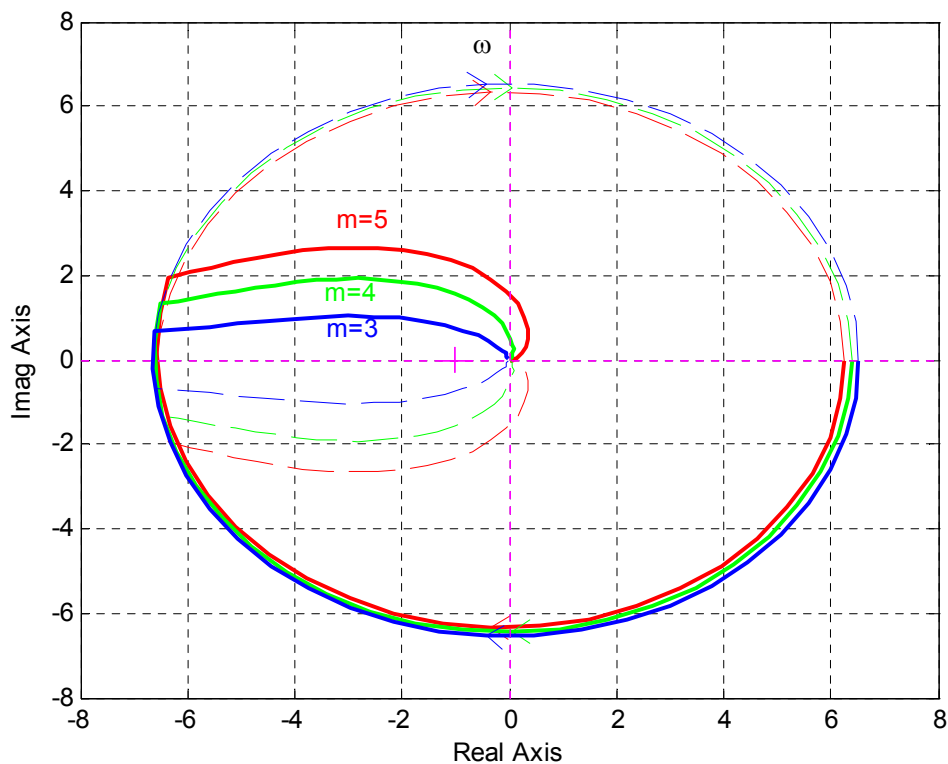
$$GH_{(j\omega)} = \frac{k}{s^2(s+a)(s+b)\dots} \equiv \frac{k}{(j\omega)^2(j\omega+a)(j\omega+b)\dots} = \frac{K_1}{(j\omega)^2(1+j\omega T_1)(1+j\omega T_2)\dots}$$

בתדר - $\omega = 0$

הגודל הוא : $|GH_{(j\omega)}| = \infty$ והמופע - $\angle GH_{(j\omega)} = -180^\circ$

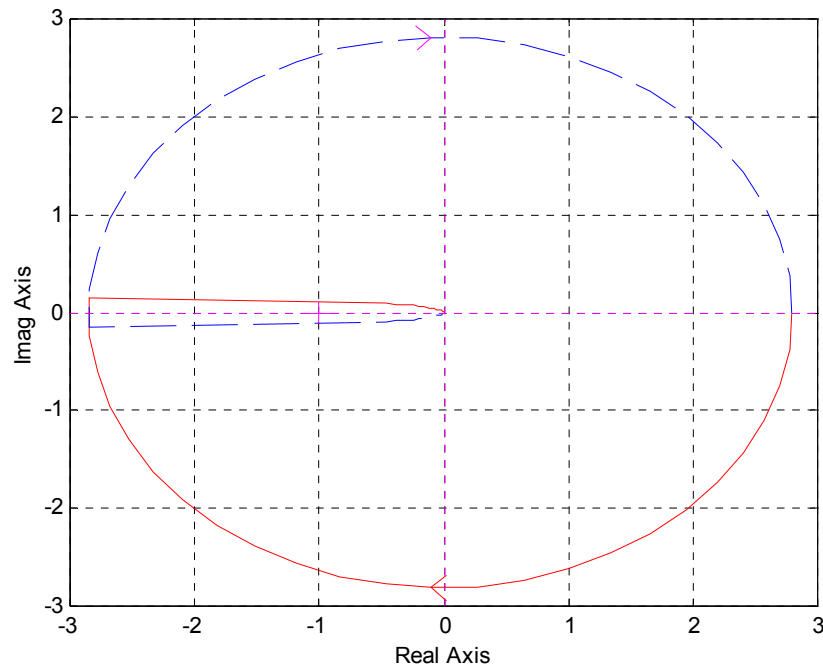
בתדר - $\omega = \infty$

הגודל הוא : $|GH_{(j\omega)}| = 0$ והמופע - $\angle GH_{(j\omega)} = (-90^\circ) \cdot m$ (m - מספר הקטבים)



המערכת מסוג 2 ולכן משלימים 2 חצאי מעגל אינסופי

דוגמא למערכת מסוג 2 עם השלמה של 2 חצאי מעגל אינסופי



קריטריון היציבות של נייקויסט

לבדיקת היציבות בודקים שני גורמים:

- P - מספר הקטבים החיוביים של מערכת בחוג פתוח

$$GH_{(j\omega)} = \frac{k}{s(s+1)(s+2)} \Rightarrow P=1 \quad \text{לדוגמא:}$$

- N - מספר ההקפות נגד כוון השעון סביב הנקודה (-1)

המערכת תהיה יציבה במידה ו- $N=P$

עודף הגבר - Gain Margin

מוצאים את התדר ω_{Π} בו המופע הוא $\angle GH_{(j\omega)} = -180^\circ$

מציבים את התדר ω_{Π} בפונקצית הגודל $|GH_{(j\omega_{\Pi})}|$

$$GM = a = \frac{1}{|GH_{(j\omega_{\Pi})}|} \quad \text{עודף ההגבר מוגדר:}$$

עודף מופע – Phase Margin

מוצאים את התדר ω_1 בו ההגבר הוא $|GH(j\omega)| = 1$



מציבים את התדר ω_1 בפונקציית המופע $\angle GH(j\omega)$



עודף המופע מוגדר: $PM = 180^\circ + \angle GH(j\omega)$

